

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4<sup>ο</sup>

## ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΟΜΗ

Πληροφορίες: Δύση εφιστώσεων, ηλιασεβιολογία, νετρίνα

## ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΟΣΕΙΣ

Υδροστατική ισορροπία:  $dp = -g\rho dz \rightarrow \frac{dp}{dz} = -g\rho \Rightarrow$  (1)

$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho(r)$

$\rho = \frac{m}{V}$

$r^2$  ακτινική απόσταση, από το κέντρο του αστέρα

## Υπολογισμός Τόσο κέντρο του Ηλίου

$$P = (n_e + n_i) kT = n_i kT / \mu \quad \left\{ \Rightarrow T = \frac{\mu m_H}{k} \frac{P}{\rho} \right. \quad (2)$$

$\rho = m_i m_H$

όπου  $m_H$  η μάζα του υδρογόνου (αγνοώ τα άλλα στοιχεία),  $n_i, n_e$  = αριθμητικές πυκνότητες ιόντων,  $e^-$

$\mu = \frac{n_i}{n_i + n_e}$

(μέσο μοριακό βάρος)  $\mu \approx 0.5$  για ηλιακή ιονισή

Από την (1) παίρνω  $\frac{P}{R_0} \approx g\rho$  και  $\frac{P}{\rho} \approx gR_0$   
 Αντικαθιστώ στη (2) και έχω  $T \approx \frac{4\pi r^2 g R_0}{k} \approx 1.15 \times 10^7 K$

(πραγματική τιμή  $1.6 \times 10^7 K$ )

### ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΜΑΖΑΣ

Η μάζα που υπάρχει σε σφαιρικό φλοιό:  
 $dM(r) = 4\pi r^2 \rho dr \Rightarrow \frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho$

### ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Η επίσταση που εκκράζει την παραγωγή ενέργειας (η οποία εκκράζεται ως φωτεινότητα  $L$ , ολοκληρωμένη σε όλο το φάσμα είναι ίση αναλογία της (3)):

$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon(r)$ , όπου  $\epsilon(r)$  ο ρυθμός παραγωγής ενέργειας ανά μονάδα μάζας.

Μηχανισμός: πυρηνική σύντηξη (αυτή βαρύτερη, αυτή αλλη)

Η αντίηξη είναι ένα θετικό δοχείο μεχάλης  $T$  να επικρατεί η οποία είναι απαραίτητη ώστε να ξεπεραστεί το απώσινο ηλεκτρικό δυναμικό ακιέσει π.χ. σε 2 πρωτόνια ώστε να λειτουργήσει η ισχυρή αλλη-δένδραση.

Ρυθμός παραγωγής ενέργειας  $\epsilon = \epsilon_0 T^n$  (ισχυρή εξάρτηση από  $T$ )

Τι είδους αναδράσεις θα γίνουν εξαρτάται από την

## Εξωτερική φάση του αστρού

Στον πυρήνα των αστρούων ΗΑ, η σύντηξη μετατρέπει το Η σε He

Αυτό μπορεί να γίνει με 2 τρόπους:

κύκλος p-p-p, κύκλος του άνθρακα

Και στις 2 περιπτώσεις το τελικό αποτέλεσμα είναι ότι 4 p<sup>+</sup> δίνουν έναν πυρήνα He, δύο νετρόνια και 2 νετρίνα και ενέργεια.  $4\text{H} \rightarrow 4\text{He} + 2e^+ + 2\nu + 26.33\text{MeV}$   
Σε κάθε κύκλο το αποτέλεσμα επιτυγχάνεται με διαφορετική ακολουθία αντιδράσεων.

Ο κύκλος p-p παρέχει μικρότερο  $\epsilon$  ( $\epsilon = \epsilon_0 T^n$ ), έχει  $n=4.5$  ενώ του άνθρακα έχει  $n=18$ .

Όμως ο p-p λειτουργεί σε χαμηλότερες T.

Όταν εξαντληθεί το Η, και σε πολύ μεγάλες θερμοκρασίες, έχω την καύση του He σε C ή την

"τριπλή αλφα":  $3\text{He} \rightarrow \text{C} + \gamma$  και με  $\epsilon = \epsilon_0 \rho^2 T^{30}$

Ακολουθούν σε ακόμα μεγαλύτερες T, η καύση του C,

O, ..., μέχρι Fe  
Από εκεί και πέρα η σύντηξη δεν παράγει ενέργεια, αντίθετα χρειάζεται ενέργεια για να πραγματοποιηθεί.

## ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Τρεις τρόποι: αγωγιμότητα, ρεύματα μεταφορής, ακτινοβολία (Αγωγιμότητα πολύ μικρή!)

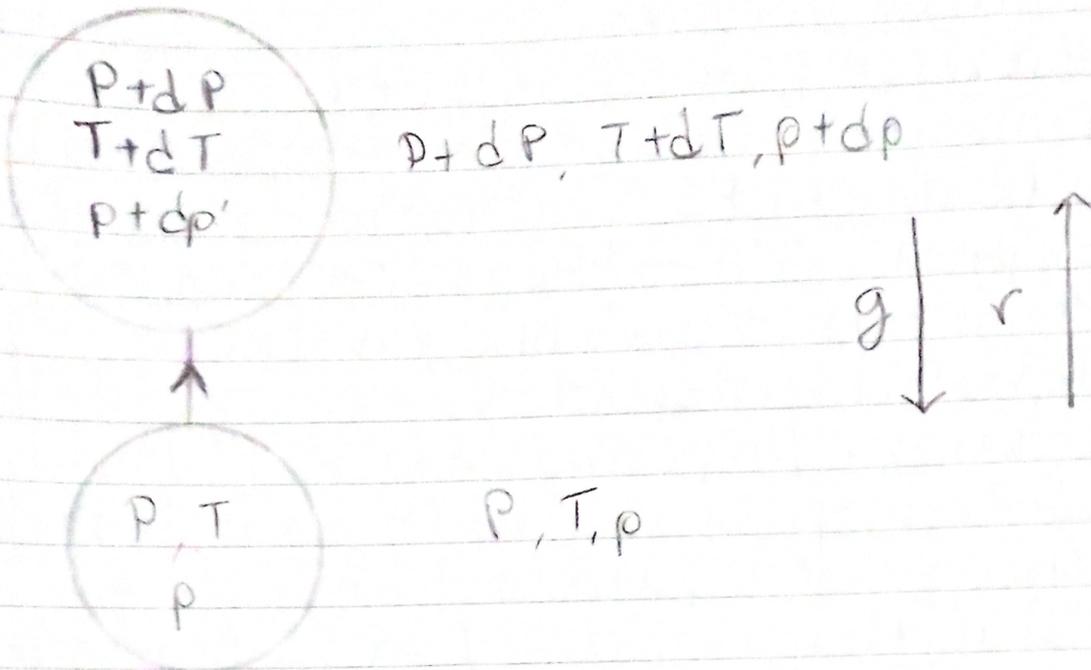
### Μεταφορά Ενέργειας σε ακτινοβολία

Με βάση την εξίσωση μεταφοράς ακτινοβολίας, μετά την ολοκλήρωση σε όλο το φάσμα και σε ανθίκες LT, η βαθμίδα της θερμοκρασίας (ακτινοβολιακή θερμοβαθμίδα) είναι:

$$\left( \frac{dT(r)}{dr} \right)_{\text{rad}} = -\frac{3}{160} \frac{\kappa}{\pi(r)^3} \frac{L(r)}{4\pi r^2}$$

κ είναι μια μέση τιμή αδιαφανείας που δίνεται από τον τύπο:  $\bar{\kappa} = \bar{\kappa}_0 \rho T^{-3.5}$

## ΡΕΥΜΑΤΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ



Η μικρή περιοχή του ρευστού κινείται προς τα πάνω με την πίεση ... να είναι σε ισορροπία με το περιβάλλον.

- Αν  $d\rho' < d\rho$  τότε η μικρή περιοχή θα εφαικοτασθεί να ανέβαινει, προκαλώντας ρεύματα μεταφοράς. Στην αντίθετη περίπτωση, η βαρύτητα θα λειτουργήσει ως δύναμη επαναφοράς και το ρευστό θα κάνει ταλαντώσεις (βαρυακή κύματα)

Έχουμε  $\frac{d\rho'}{\rho} \approx \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T}$  (από  $T \approx \frac{\mu m_H}{k} g R_0$ )

Για την κινούμενη περιοχή έχω

$\frac{d\rho'}{\rho} \approx \frac{d\rho'}{\rho} + \frac{dT}{T} = \frac{d\rho}{\rho}$  (η πίεση μέσα κ' έφω από το ρευστό είναι ίδια)

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{dp'}{\rho} + \frac{dT'}{T} = \frac{dp}{\rho} + \frac{dT}{T}$$

Η πίεση είναι ίδια (μέσα ή έξω από το κινούμενο ρευστό)

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{dp'}{\rho} + \frac{dT'}{T} = \frac{dp}{\rho} + \frac{dT}{T} \quad \text{και λόγω της } dp' < dp \text{ έχω:}$$

$$\frac{dT'}{T} > \frac{dT}{T}, \text{ δηλαδή } dT' > dT \text{ η ανόμια}$$

$$\frac{dT'}{dr} < -\frac{dT}{dr} \quad (3)$$

Η τιμή της θερμοβαθμίδας έξω από το κινούμενο ρευστό προσδιορίζεται από την ακτινοβολιακή θερμοβαθμίδα. Η θερμοβαθμίδα μέσα στο κινούμενο ρευστό προσδιορίζεται με βάση την υπόθεση ότι οι μεταβολές που αυτό υφίσταται είναι αδιαβατικές.

$$\text{Τότε η (3) γράφεται } \left( -\frac{dT}{dr} \right)_{ad} < \left( -\frac{dT}{dr} \right)_{rad}$$

(Κριτήριο Schwarzschild)  $\rightarrow$

Υπολογίζω λοιπόν την αδιαβατική θερμοβαθμίδα:

$$P \text{ και } \rho, \text{ όπου } \gamma = cp/v$$

$$\text{Από αυτή τη σχέση } \left( \frac{dP}{\rho} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \right) \text{ έχω } \left( \frac{dT}{T} \right)_{ad} =$$

$$\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{d\rho}{\rho} \Rightarrow \text{η αδιαβατική θερμοβαθμίδα}$$

$$\text{είναι } \left( \frac{dT}{dr} \right)_{\text{ad}} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{T}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \Rightarrow$$

Τα ρεύματα μεταφοράς εννοούνται σε περιοχές με μεγάλη ακτινοβολιακή και μικρή αδιαβατική θερμοβαθμίδα, δηλ. ... εκεί που η θερμοκρασία μεταβάλλεται πολύ γρήγορα

Η τιμή της αδιαβατικής θερμοκρασίας μικραίνει όταν μικραίνει το  $\gamma$ .

Το  $\gamma$  εξαρτάται από τους βαθμούς ελευθερίας

$N$   $\gamma = \frac{N+2}{N} \Rightarrow$  για μονοατομικά αέρια όπου

$$N=3 \text{ έχω } \gamma = 5/3 \text{ και } (\gamma-1)/\gamma = 0.4$$

Το  $\gamma$  είναι μικρότερο εκεί που αλλάζει η κατάσταση ιονισμού του πλάσματος γιατί εκεί ο # των βαθμών ελευθερίας. Έτσι, πολύ συχνά τα ρεύματα μεταφοράς συνδέονται με περιοχές ιονισμού, κυρίως τα Η και τα He

### ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ

$$\text{Οι εξισώσεις } \frac{d\rho}{dr} = -\frac{GM}{r^2} \rho, \frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho,$$

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon, \left. \frac{dT(r)}{dr} \right|_{\text{rad}} = \dots \text{ ή } \left. \frac{dT}{dr} \right|_{\text{ad}} = \dots$$

Δεν επαρκούν για να βρω  $L, M, \rho, T = f(r)$ .

Έτσι, θέτω και κ.ε. δηλ.  $P = P(\rho, \mu, T)$

↳ κατάσταση εξισωση

κ.ε. τέλειων αερίων  $P = P_g = \frac{\rho}{\mu m_H} kT$ .

Για  $T \gg$  υπερηλεκτρικών και  $P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} a T^4$ ,  $a = 4\sigma$

Αποκλιση από τέτοια αέρια: συμβαίνει για τα ηλεκτρόνια όταν  $\rho$  πολύ μεγάλο τότε η Pauli Principle παραμορφώνει τη συνάρτηση κατανομής ταχυτήτων, αφού οι διαθέσιμες χαμηλές ενεργειακές στάθμες είναι περιορισμένες. Έτσι, τα  $e^-$  αναγκάζονται καταλαμβάνουν υψηλότερες στάθμες  $\Rightarrow$  η κορυφή της αρχικής Maxwellian να πλάται (καμπύλες  $b, c, d$ ) μέχρι να καταλήξει σε κατανομή Fermi-Dirac (καμπύλη  $e$ )

Τότε  $P = k_1 \rho^{5/3}$  η για ακόμα πιο πυκνές καταστάσεις  $P = k_2 \rho^{4/3}$

Αυτό λέγεται εκφυλισμένο αέριο (ζ στο εσωτερικό των λευκών νάνων). Όταν η πίεση δεν εξαρτάται από  $T$ .

ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ  
 ΠΙΕΣΗ  
 ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ

### ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

Οι παραπάνω εξισώσεις συνδυάζονται από σχέσεις που δίνουν το  $\mu$ , το  $\epsilon$ , το  $\bar{k}$ , συναρτήσεων των τοπικών συνθηκών και της περιλεξιτότητας σε  $H, He$  και μεταλλά ( $x+y+z=1$ )

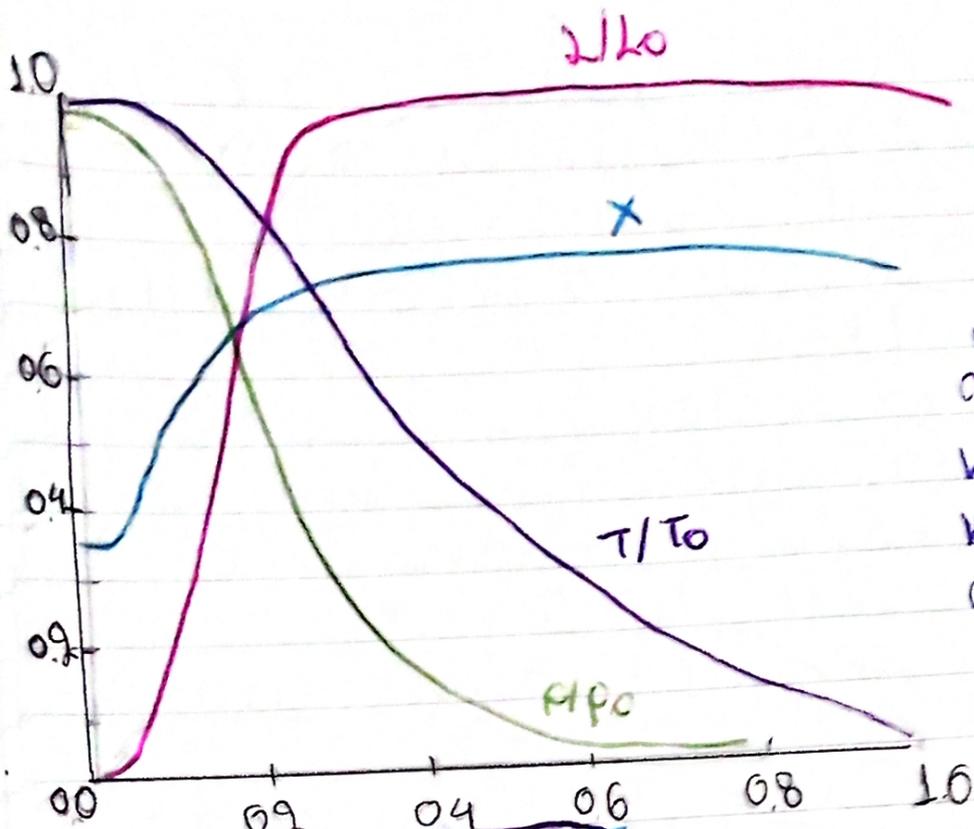
Για την ολοκλήρωση θέλω οριακές συνθήκες:

Για  $r=0 \Rightarrow \{M=0, L=0\}$  στο κέντρο του αστέρα

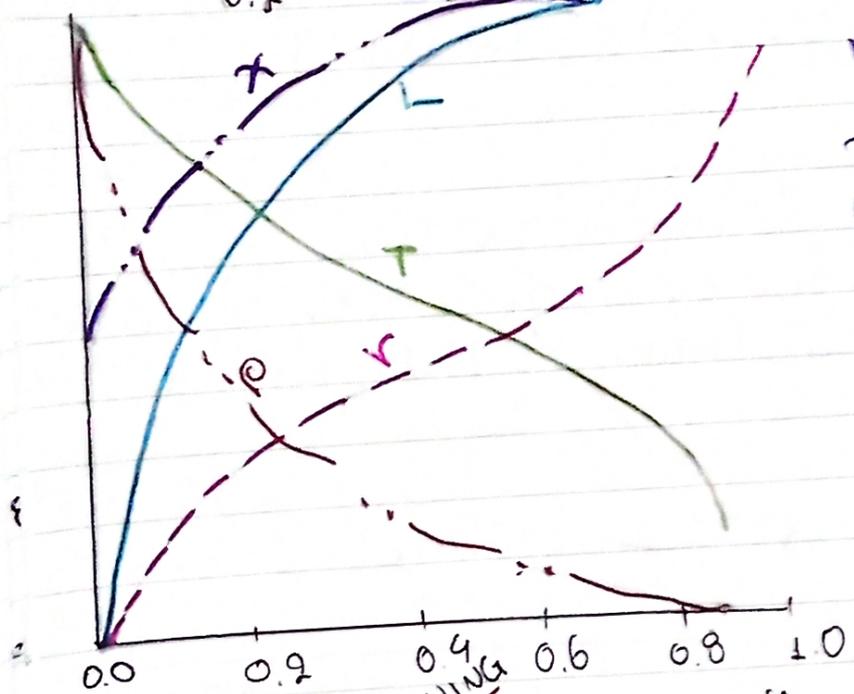
Για την επιφάνεια θέλω οριακές συνθήκες:

Για  $r=R \Rightarrow \{T=0, P=0, \rho=0\}$

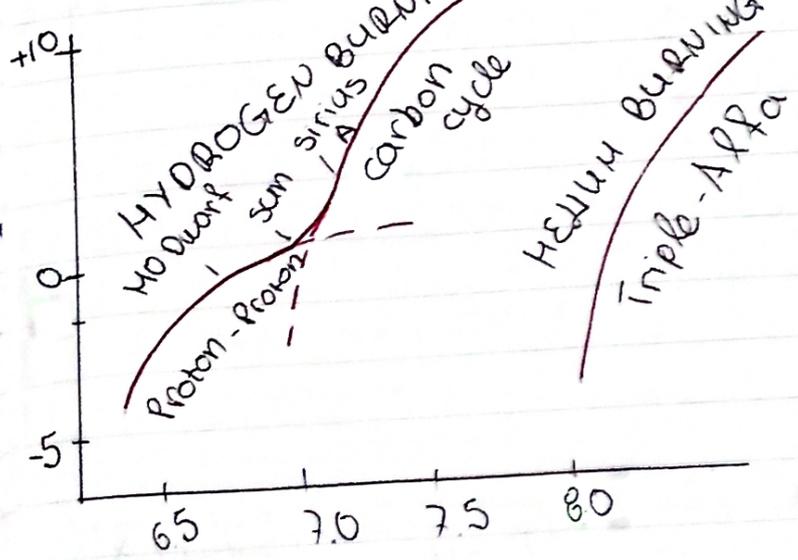
Pauli αποκλεισμός δεν μπορούν να έχουν όλες τους κβαντικούς αριθμούς τους ίδιους



Μοντέλο του εσωτερικού του ηλίου. Δίνονται συναρτήσεις της απόστασης από το κέντρο, η πυκνότητα, η θερμοκρασία, η αμεσότητα και η περιεκτικότητα σε Η Χ



Μοντέλο του εσωτερικού του ηλίου με τη βοήθεια ανεξάρτητη μεταβλητή



Αριθμός 272 263 1177

- Υψηλός αριθμός κεντρίων  $T$  και  $\rho$ , ~~χρησιμοποιούνται~~
- Προσφύγει ελαττώσει  $\rho$  με το  $r$

Το συνολικό σχεδόν της ενέργειας παράγεται σε μια περιοχή με  $r \sim 0.25 R_{\odot}$  γύρω από το κέντρο του αιώφου (κέρνας)

Στην κέρνα έχει κλάσει το  $X$  λόγω της καύσης του ( $X=0.36$  αντί του αρχικού  $0.71$ )

Η αρχική τιμή του  $X$  διατηρείται στα εξωτερικά στρώματα για δεν έχω κείνη

Πρώτα μεταφορές έχω από  $r=0.68 R_{\odot}$  ως επιφάνεια

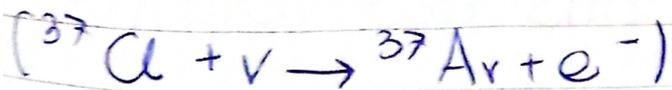
Τι μάθαμε από τα νετρίνα; έχουν πολύ μικρή μάζα  
 & δίνουν αντίδραση με τον πυρήνα της βαρύτητας διαφύ.  
 Σύμψη: 4  $p \rightarrow$  δίνουν πυρήνα He & 2 νετρίνια (προέρχονται από τη μετατροπή σε νετρόνια των 2 από τα 4 πρωτόνια)

Ροή των νετρίνων μεγάλη ( $10^{10} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ), όμως η ενέργεια διατάξι τους μικρή  $\Rightarrow$  η μέτρηση δύσκολη

Η ανιχνευσιμότητα τους εξαρτάται από τη ενέργεια που έχουν.

## ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΝΕΤΡΙΝΩΝ

Πρόσκληση νετρίνων από α που δίνει ραδιενεργό Ar



Η αντίδραση έχει υψηλό ενεργειακό κατώφλι (814 keV)

=> μπορεί να ανιχνεύσει μόνο νετρίνα που παράγονται από την αντίδραση αποσύνθεσης του βόρειου (αντιδράση υποκρίτου του υποκρίτου του κίτρου pp)

Πείραμα: 610 τόνα υπέρυφρο θάμνιο ( $2.2 \times 10^{20}$  άτομα Cl) σε δεξαμενή με εγκαταλετημένο χρυσωχόρο 1480 m κάτω από το έδαφος (προστασία από κοσμικές ακτίνες που κάνουν ανεπιθύμητες αντιδράσεις)  
Στο τέλος μιας περιόδου 100 ημερών διοχετεύαν He που συμπάρεσε το Ar. 2η συνέχεια μετράν εντός 8 μηνών την αποσύνθεση του Ar που συνάδωνται από εκπομπή ηλεκτρονίου ενέργειας 2.03 eV

Μονάδα solar neutrino units (SNU) αντιστοιχεί σε 1 αντίδραση ανά  $10^{26}$  άτομα Cl ανά sec

Οι μετρήσεις έδωσαν ποσ νετρίνων  $2.0 \pm 0.3$  SNU  
Αναμενόταν  $7.9 \pm 0.3$  SNU

## ΕΡΜΗΝΕΙΑ

- Το νετρίνο έχει μάζα και μετατρέπεται αναμειγασμένα σε 3 καταστάσεις (ηλεκτρονικό - συν αυτό που παράγονται στο εσωτερικό του Ηλίου,  $\mu$ ,  $\tau$ )
- Αυτό λέγεται ταλαντώση νετρίνων
- Τέτοιες ταλαντώσεις γίνονται πιο εύκολα παρουσία άλλου υλικού, π.χ. στη διάρκεια της διαδρομής των ν μέσα στον ήλιο. Ως αποτέλεσμα στη Γη φτάνει τελικά το  $^{1/3}$  των ηλεκτρονικών νετρίνων που παράγονται στον ήλιο και τα υπόλοιπα έχουν μετατραπεί σε  $\tau$  και  $\mu$ .

